

# Intelligence Artificielle

## Résolution de Problèmes

Emmanuel ADAM

Université Polytechnique des Hauts-De-France



UPHF/INSA HdF

## 1 Introduction

## 2 Problèmes

- Définition d'un problème
- Types de problèmes

## 3 Toys Problems

## 4 Résolution

- le Problème de la résolution
- Méthodes de résolution constructive
- Graphe d'états
- Evaluation de la recherche
- Type de recherches
- Algorithme de résolution

## 5 Méthodes de recherche aveugles

- Recherche en largeur
- Recherche en profondeur
- Recherche en profondeur limitée
- Recherche par approfondissement itératif

## 6 Méthodes de recherche heuristiques

- Notions d'heuristiques
- Algorithme glouton (*greedy*)
- Algorithme A\*
- Particularités et propriétés de la recherche par heuristique

- Exemple de résolution par A\*
- Autres exemples avec A\*

## 7 Recherche Tabou, Locale

## 8 Recherche Aléatoire

## 9 Recherche Exhaustive

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
- Algorithmes de résolution

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
- Algorithmes de résolution

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
  - Logique
  - Arbres et Graphes d'états
- Algorithmes de résolution

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
  - Logique
  - Arbres et Graphes d'états
- Algorithmes de résolution

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
  - Logique
  - Arbres et Graphes d'états
- Algorithmes de résolution

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
  - Logique
  - Arbres et Graphes d'états
- Algorithmes de résolution

# Introduction

## Résolution de Problèmes

- Définir les problèmes
  - Nature
- Représentation des problèmes
  - Logique
  - Arbres et Graphes d'états
- Algorithmes de résolution

# Définition d'un problème I

## Exemple de problème

Se rendre de son domicile (Onnaing) à un lieu précis (Arrivée) d'une autre ville (Théâtre Lille), le plus rapidement possible, avant une date donnée (obligation de passer par une ville étape B).  
(exemple : de Onnaing au Théâtre L'antre 2 de Lille 2 avant 20h)

## Définitions

**Espace d'états** : description (abstraction) du monde réel définissant le problème

*Exemple : réseau des bus, trams, metro ...*

**Buts** : sous ensemble de l'espace d'états

*Exemple : Lille-Théâtre19h50*

**Action (opérateurs)** : déplacement dans l'espace d'états

# Définition d'un problème II

## Définitions

**Solution du problème** : la séquence d'action menant de l'état initial à l'état objectif

**Algorithme de Recherche** : procédure qui calcule une (ou plusieurs) solution à partir d'un problème (état initial, actions, états objectifs).

# Types de problèmes

## Les types de problèmes

à état unique : déterministe, l'effet de chaque action est connu.

à états multiples : non déterministe, mais l'effet des actions est globalement connu

à connaissances incomplètes : monde partiellement connu ou évolutif (besoin de "capturer" les états)

d'exploration : espace d'états inconnu, à découvrir par exploration

# Types de problèmes

## Les types de problèmes

à état unique : déterministe, l'effet de chaque action est connu.

à états multiples : non déterministe, mais l'effet des actions est globalement connu

à connaissances incomplètes : monde partiellement connu ou évolutif (besoin de "capter" les états)

d'exploration : espace d'états inconnu, à découvrir par exploration

# Types de problèmes

## Les types de problèmes

à état unique : déterministe, l'effet de chaque action est connu.

à états multiples : non déterministe, mais l'effet des actions est globalement connu

à connaissances incomplètes : monde partiellement connu ou évolutif (besoin de "capter" les états)

d'exploration : espace d'états inconnu, à découvrir par exploration

# Types de problèmes

## Les types de problèmes

à état unique : déterministe, l'effet de chaque action est connu.

à états multiples : non déterministe, mais l'effet des actions est globalement connu

à connaissances incomplètes : monde partiellement connu ou évolutif (besoin de "capter" les états)

d'exploration : espace d'états inconnu, à découvrir par exploration

# Types de problèmes

## Les types de problèmes

à état unique : déterministe, l'effet de chaque action est connu.

à états multiples : non déterministe, mais l'effet des actions est globalement connu

à connaissances incomplètes : monde partiellement connu ou évolutif (besoin de "capter" les états)

d'exploration : espace d'états inconnu, à découvrir par exploration

# Espace d'états de l'exemple

## Espace d'états de l'exemple

<i>Action</i>	<i>Etat</i>	<i>Action</i>	<i>Etat</i>
A00 :Onnaing-bus18h00	E0.0 :Valenciennes18h20	A10 :train18h00	E1.0 :Lille18h40
A01 :Onnaing-bus18h10	E0.1 :Valenciennes18h30	A11 :train18h30	E1.1 :Lille19h10
A02 :Onnaing-bus18h20	E0.2 :Valenciennes18h40	A12 :train19h00	E1.2 :Lille19h40
A03 :Onnaing-bus18h30	E0.3 :Valenciennes18h50	A13 :train19h30	E1.3 :Lille20h10
A04 :Onnaing-bus18h40	E0.4 :Valenciennes19h00	A14 :train20h00	E1.4 :Lille20h40
A05 :Onnaing-bus18h50	E0.5 :Valenciennes19h10	A15 :train20h30	E1.5 :Lille21h10

<i>Action</i>	<i>Etat</i>
A20 :metro18h50	E2.0 :Lille-Theatre19h10
A21 :metro19h05	E2.1 :Lille-Theatre19h25
A22 :metro19h20	E2.2 :Lille-Theatre19h40
A23 :metro19h35	E2.3 :Lille-Theatre19h55
A24 :metro19h50	E2.4 :Lille-Theatre20h10
A25 :metro20h05	E2.5 :Lille-Theatre20h25

**Etat initial** E0 = Onnaing ; **Etat Final** désiré EF = E2.3 :Lille-Theatre19h55

# Types de problèmes

## Retour sur les types de problèmes

à état unique : recherche évidente

à états multiples : recherche facile

à connaissances incomplètes : *le type le plus courant*; recherche de solution moins évidente, besoin de percevoir l'état en cours; possibilité de ramener en partie aux types précédents

d'exploration : alternance de phases de génération d'états / recherche

# Types de problèmes

## Retour sur les types de problèmes

à état unique : recherche évidente

à états multiples : recherche facile

à connaissances incomplètes : *le type le plus courant* ; recherche de solution moins évidente, besoin de percevoir l'état en cours ; possibilité de ramener en partie aux types précédents

d'exploration : alternance de phases de génération d'états / recherche

# Types de problèmes

## Retour sur les types de problèmes

à état unique : recherche évidente

à états multiples : recherche facile

à connaissances incomplètes : *le type le plus courant* ; recherche de solution moins évidente, besoin de percevoir l'état en cours ; possibilité de ramener en partie aux types précédents

d'exploration : alternance de phases de génération d'états / recherche

# Types de problèmes

## Retour sur les types de problèmes

à état unique : recherche évidente

à états multiples : recherche facile

à connaissances incomplètes : *le type le plus courant*; recherche de solution moins évidente, besoin de percevoir l'état en cours; possibilité de ramener en partie aux types précédents

d'exploration : alternance de phases de génération d'états / recherche

# Types de problèmes

## Retour sur les types de problèmes

à état unique : recherche évidente

à états multiples : recherche facile

à connaissances incomplètes : *le type le plus courant*; recherche de solution moins évidente, besoin de percevoir l'état en cours; possibilité de ramener en partie aux types précédents

d'exploration : alternance de phases de génération d'états / recherche

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, ...

# Toys Problems

## Exemple de Toys Problems

Les Toys Problems sont des problèmes types utilisés pour tester des algorithmes. Parmi ceux-ci :

- le taquin
- le chien, la chèvre et le chou
- le Wumpus
- l'aspirateur
- le voyageur de commerce
- le labyrinthe
- les mots croisés
- l'arithmétique cryptée
- les jeux d'échecs, de dames, . . .

# Une méthode de résolution

## Une méthode de résolution ?

- Il n'existe de pas de méthode générale de résolution de problème
- Nécessité
  - Définir formellement le problème, les états, les actions
  - Définir les critères de succès
- Résolution constructive = Proposer + Evaluer une solution

# Une méthode de résolution

## Une méthode de résolution ?

- Il n'existe de pas de méthode générale de résolution de problème
- Nécessité
  - de décrire formellement le problème, les états, les actions
  - de procédure d'évaluation de solution
- Résolution constructive = Proposer + Evaluer une solution

# Une méthode de résolution

## Une méthode de résolution ?

- Il n'existe de pas de méthode générale de résolution de problème
- Nécessité
  - de décrire formellement le problème, les états, les actions
  - de procédure d'évaluation de solution
- Résolution constructive = Proposer + Evaluer une solution

# Une méthode de résolution

## Une méthode de résolution ?

- Il n'existe de pas de méthode générale de résolution de problème
- Nécessité
  - de décrire formellement le problème, les états, les actions
  - de procédure d'évaluation de solution
- Résolution constructive = Proposer + Evaluer une solution

# Une méthode de résolution

## Une méthode de résolution ?

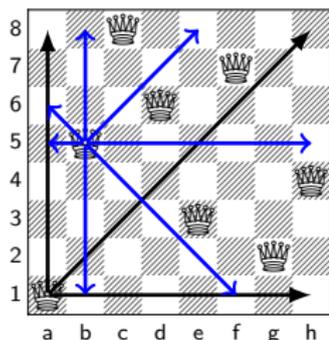
- Il n'existe de pas de méthode générale de résolution de problème
- Nécessité
  - de décrire formellement le problème, les états, les actions
  - de procédure d'évaluation de solution
- Résolution constructive = Proposer + Evaluer une solution

# Une méthode de résolution

## Une méthode de résolution ?

- Il n'existe de pas de méthode générale de résolution de problème
- Nécessité
  - de décrire formellement le problème, les états, les actions
  - de procédure d'évaluation de solution
- Résolution constructive = Proposer + Evaluer une solution

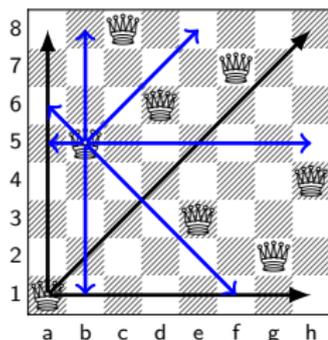
# Le problème des 8 reines



## Le problème des 8 reines

- **But** : placer 8 reines sur un échiquier de  $8 \times 8$ , sans attaque possible
- **état initial** : échiquier vide
- **actions/opérateurs** : ajouter une reine sur l'échiquier
- Résoudre des solutions partielles :
  - Placer la première reine, puis placer les suivantes dans les cases restantes de l'échiquier
- **Complexité** :  $O(n!)$

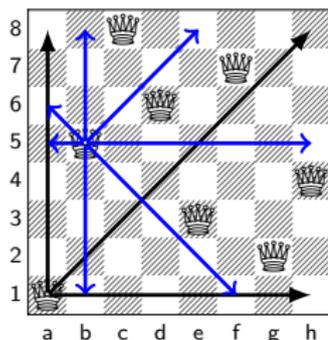
# Le problème des 8 reines



## Le problème des 8 reines

- **But** : placer 8 reines sur un échiquier de  $8 \times 8$ , sans attaque possible
- **état initial** : échiquier vide
- **actions/opérateurs** : ajouter une reine sur l'échiquier
- Résoudre des solutions partielles :
  - Placer la première reine, puis placer les suivantes dans les cases restantes de l'échiquier
- **Complexité** :  $O(n!)$

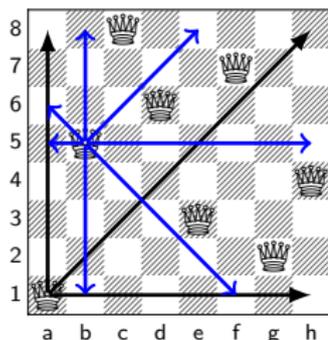
# Le problème des 8 reines



## Le problème des 8 reines

- **But** : placer 8 reines sur un échiquier de  $8 \times 8$ , sans attaque possible
- **état initial** : échiquier vide
- **actions/opérateurs** : ajouter une reine sur l'échiquier
- Résoudre des solutions partielles :
  - Placer la première reine, puis placer les suivantes dans les cases restantes de l'échiquier
- **Complexité** :  $O(n!)$

# Le problème des 8 reines



## Le problème des 8 reines

- **But** : placer 8 reines sur un échiquier de  $8 \times 8$ , sans attaque possible
- **état initial** : échiquier vide
- **actions/opérateurs** : ajouter une reine sur l'échiquier
- Résoudre des solutions partielles :
  - Placer la première reine, puis placer les suivantes dans les cases restantes de l'échiquier
- **Complexité** :  $O(n!)$



# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Le taquin-8

4	3	5		1	2	3
1	6	2	→	4	5	6
7	8	.		7	8	.

## Le problème du taquin 8

- **But** : agencer les pièces en ordre croissant en un coût minimum
- **état initial** grille de 8 pièces désordonnées, plus une case vide
- **Actions/opérateurs** : déplacer la case vide à gauche (L), à droite (R), en haut (U), en bas (D)
- **coût** : 1 point par déplacement
- Résoudre par solutions partielles
- **complexité** :  $NP$  (polynomial non-déterministe)

# Deux méthodes de résolution constructive

## Deux méthodes de résolution constructive

- Avancer par étapes, par solutions partielles
  - Exemple : pour le voyage : trouver les états liés directement à l'arrivée, trouver les états menant à ces états, ..., jusqu'à l'état initial
- Décomposer en sous-problèmes

# Deux méthodes de résolution constructive

## Deux méthodes de résolution constructive

- Avancer par étapes, par solutions partielles
  - Exemple : pour le voyage : trouver les états liés directement à l'arrivée, trouver les états menant à ces états, . . . , jusqu'à l'état initial
- Décomposer en sous-problèmes

# Deux méthodes de résolution constructive

## Deux méthodes de résolution constructive

- Avancer par étapes, par solutions partielles
  - Exemple : pour le voyage : trouver les états liés directement à l'arrivée, trouver les états menant à ces états, . . . , jusqu'à l'état initial
- Décomposer en sous-problèmes
  - Exemple : Tours de Hanoi

# Deux méthodes de résolution constructive

## Deux méthodes de résolution constructive

- Avancer par étapes, par solutions partielles
  - Exemple : pour le voyage : trouver les états liés directement à l'arrivée, trouver les états menant à ces états, . . . , jusqu'à l'état initial
- Décomposer en sous-problèmes
  - Exemple : Tours de Hanoï

# Deux méthodes de résolution constructive

## Deux méthodes de résolution constructive

- Avancer par étapes, par solutions partielles
  - Exemple : pour le voyage : trouver les états liés directement à l'arrivée, trouver les états menant à ces états, . . . , jusqu'à l'état initial
- Décomposer en sous-problèmes
  - Exemple : Tours de Hanoï

# Représentation par graphe d'états

## Graphe d'états

Représentation par graphe des états du problème :

- Les **nœuds** représentent les états
- Un **arc**  $(i,j)$  représentent l'opération/l'action permettant de l'état  $i$  à l'état  $j$
- **Solution** = chemin entre l'état initial et l'état final
- Recherche de Solution = Recherche du/d'un chemin entre l'état initial et l'état final

# Représentation par graphe d'états

## Graphe d'états

Représentation par graphe des états du problème :

- Les **nœuds** représentent les états
- Un **arc**  $(i,j)$  représentent l'opération/l'action permettant de l'état  $i$  à l'état  $j$
- **Solution** = chemin entre l'état initial et l'état final
- **Recherche de Solution** = Recherche du/d'un chemin entre l'état initial et l'état final

# Représentation par graphe d'états

## Graphe d'états

Représentation par graphe des états du problème :

- Les **nœuds** représentent les états
- Un **arc**  $(i,j)$  représentent l'opération/l'action permettant de l'état  $i$  à l'état  $j$
- **Solution** = chemin entre l'état initial et l'état final
- **Recherche de Solution** = Recherche du/d'un chemin entre l'état initial et l'état final

# Représentation par graphe d'états

## Graphe d'états

Représentation par graphe des états du problème :

- Les **nœuds** représentent les états
- Un **arc**  $(i,j)$  représentent l'opération/l'action permettant de l'état  $i$  à l'état  $j$
- **Solution** = chemin entre l'état initial et l'état final
- **Recherche de Solution** = Recherche du/d'un chemin entre l'état initial et l'état final

# Représentation par graphe d'états

## Graphe d'états

Représentation par graphe des états du problème :

- Les **nœuds** représentent les états
- Un **arc**  $(i,j)$  représentent l'opération/l'action permettant de l'état  $i$  à l'état  $j$
- **Solution** = chemin entre l'état initial et l'état final
- **Recherche de Solution** = Recherche du/d'un chemin entre l'état initial et l'état final

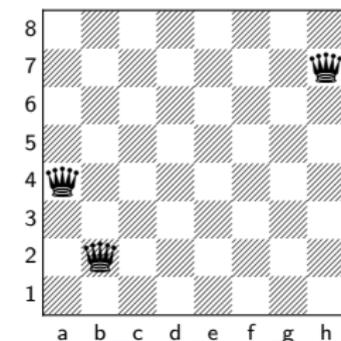
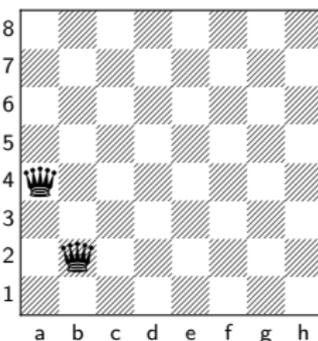
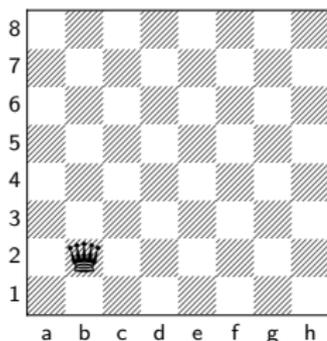
# Importance du choix de représentation

## Choix de Graphe d'états

Reprenons le problème des 8 reines sur un échiquier  $8 \times 8$

Si 1 état = 1 case

- $posReine_i \in [1, 64]$  donne  $1, 78.10^{14}$  états possibles  
 $64 \times 63 \times 62 \times 61 \times 60 \times 59 \times 58 \times 57 = 64! - 56!$
- Action/Opérateur :  $placerReine(reine_i, ligne_j, colonne_k)$
- **Test** :  $validationFinale(echiquier)$



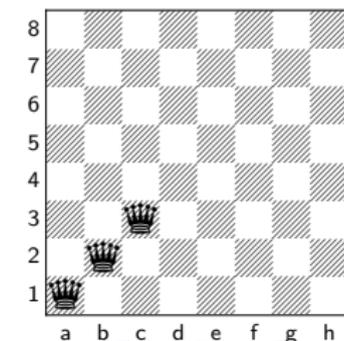
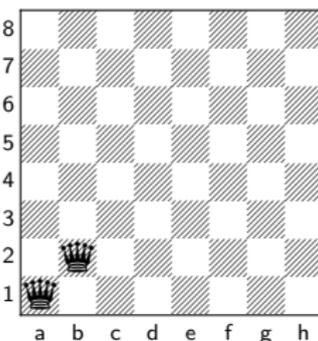
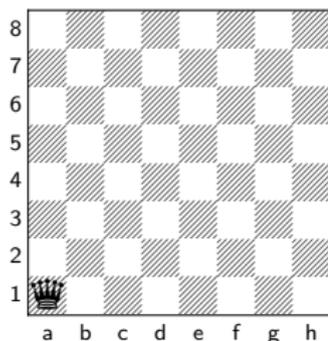
# Importance du choix de représentation

## Choix de Graphe d'états

Reprenons le problème des 8 reines sur un échiquier  $8 \times 8$

Si 1 état = 1 position dans une ligne

- $ligneReine_i \in [1, 8]$  donne 40320 états possibles :  
 $8 \times 7 \times 6 \times \dots \times 1 = 8!$
- Action/Opérateur :  $placerReineDansLigne(reine_i, ligne_j)$
- **Test** :  $validationFinale(echiquier)$



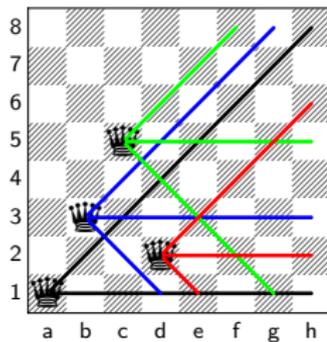
# Importance du choix de l'action

## Choix de l'action

Sur le problème des 8 reines sur un échiquier  $8 \times 8$

Avec 1 état = 1 position dans une ligne

- Action/Opérateur : `placerReineDansLigneLibre(reinei, lignej)`
- Test : `placementImpossible(reinei)`, `toutesReinesPlacees()`



# Evaluation de la recherche

## Critères d'évaluation

Complétude : si une solution existe, la méthode de recherche la trouve toujours

Complexité en temps : temps nécessaire pour trouver la solution

Complexité en espace : espace mémoire nécessaire pour effectuer la recherche

Optimalité : la solution retenue est la meilleure

# Evaluation de la recherche

## Critères d'évaluation

**Complétude** : si une solution existe, la méthode de recherche la trouve toujours

Complexité en temps : temps nécessaire pour trouver la solution

Complexité en espace : espace mémoire nécessaire pour effectuer la recherche

Optimalité : la solution retenue est la meilleure

# Evaluation de la recherche

## Critères d'évaluation

**Complétude** : si une solution existe, la méthode de recherche la trouve toujours

**Complexité en temps** : temps nécessaire pour trouver la solution

**Complexité en espace** : espace mémoire nécessaire pour effectuer la recherche

**Optimalité** : la solution retenue est la meilleure

# Evaluation de la recherche

## Critères d'évaluation

**Complétude** : si une solution existe, la méthode de recherche la trouve toujours

**Complexité en temps** : temps nécessaire pour trouver la solution

**Complexité en espace** : espace mémoire nécessaire pour effectuer la recherche

**Optimalité** : la solution retenue est la meilleure

# Evaluation de la recherche

## Critères d'évaluation

**Complétude** : si une solution existe, la méthode de recherche la trouve toujours

**Complexité en temps** : temps nécessaire pour trouver la solution

**Complexité en espace** : espace mémoire nécessaire pour effectuer la recherche

**Optimalité** : la solution retenue est la meilleure

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = facteur de branchement maximum de l'arbre de recherche,
- $d$  = profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution,
- $m$  = profondeur maximum de l'espace de recherche.

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = facteur de branchement maximum de l'arbre de recherche,
- $d$  = profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution,
- $m$  = profondeur maximum de l'espace de recherche.

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = **facteur de branchement maximum** de l'arbre de recherche,
- $d$  = **profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution**,
- $m$  = **profondeur maximum** de l'espace de recherche.

• Remarque : il est possible d'avoir  $m = \infty$

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = **facteur de branchement maximum** de l'arbre de recherche,
- $d$  = **profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution**,
- $m$  = **profondeur maximum** de l'espace de recherche.
  - Remarque : il est possible d'avoir  $m = \infty$

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = **facteur de branchement maximum** de l'arbre de recherche,
- $d$  = **profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution**,
- $m$  = **profondeur maximum** de l'espace de recherche.
  - Remarque : il est possible d'avoir  $m = \infty$



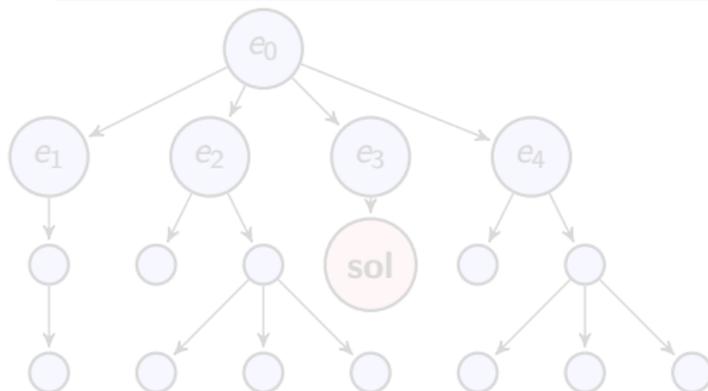
$$\begin{aligned} |C|, b &= 4 \\ d &= 2 \text{ et } \\ m &= 3 \end{aligned}$$

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = **facteur de branchement maximum** de l'arbre de recherche,
- $d$  = **profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution**,
- $m$  = **profondeur maximum** de l'espace de recherche.
  - Remarque : il est possible d'avoir  $m = \infty$



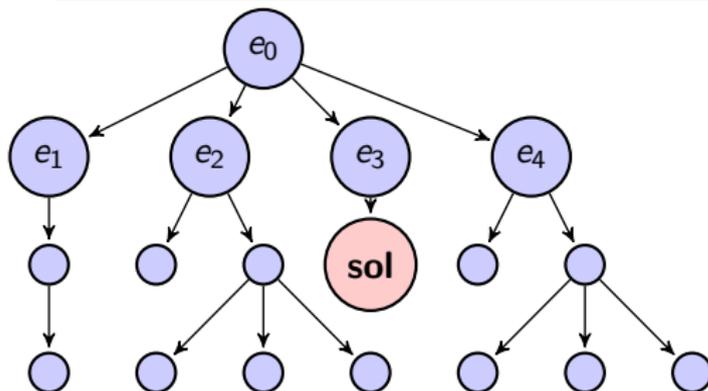
Ici,  $b = 4$ ,  
 $d = 2$  et  
 $m = 3$

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = **facteur de branchement maximum** de l'arbre de recherche,
- $d$  = **profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution**,
- $m$  = **profondeur maximum** de l'espace de recherche.
  - Remarque : il est possible d'avoir  $m = \infty$



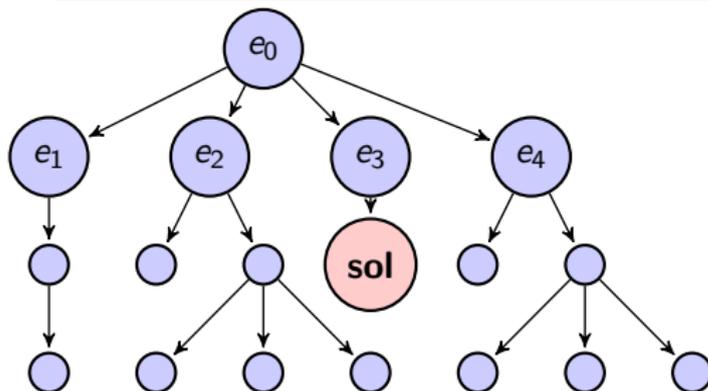
Ici,  $b = 4$ ,  
 $d = 2$  et  
 $m = 3$

# Analyse de l'arbre de recherche

## Complexité

Les complexités en temps et en espace dépendent de :

- $b$  = **facteur de branchement maximum** de l'arbre de recherche,
- $d$  = **profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) nœud-solution**,
- $m$  = **profondeur maximum** de l'espace de recherche.
  - Remarque : il est possible d'avoir  $m = \infty$



Ici,  $b = 4$ ,  
 $d = 2$  et  
 $m = 3$

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :

Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées

Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

## Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

- Le temps de calcul  $T(n)$  est fonction du taux de croissance de l'arbre de recherche
- ex: pour un arbre doublant ses branches à chaque étape,  $T(n) = O(2^n)$

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

## Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

- Le temps de calcul  $T(n)$  est fonction du taux de croissance de l'arbre de recherche
- ex : pour un arbre doublant ses branches à chaque étape,  $T(n) = O(2^n)$
- ex : pour une recherche dichotomique,  $T(n) = O(\log_2(n))$

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

## Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

- Le temps de calcul  $T(n)$  est fonction du taux de croissance de l'arbre de recherche
- ex : pour un arbre doublant ses branches à chaque étape,  $T(n) = O(2^n)$
- ex : pour une recherche dichotomique,  $T(n) = O(\log_2(n))$

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

## Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

- Le temps de calcul  $T(n)$  est fonction du taux de croissance de l'arbre de recherche
- ex : pour un arbre doublant ses branches à chaque étape,  $T(n) = O(2^n)$
- ex : pour une recherche dichotomique,  $T(n) = O(\log_2(n))$

# Evaluation de la recherche

## Questions sur la complexité

Comment évaluer le temps indépendamment de la machine ?

- On note  $T(n)$  le temps de calcul d'un algorithme en fonction de la taille des données d'entrées.
- utiliser de préférence :
  - l'ordre de grandeur du temps de calcul
  - son évolution en fonction des données entrées
  - le pire cas

## Ordre général de croissance de l'arbre de recherche

- Le temps de calcul  $T(n)$  est fonction du taux de croissance de l'arbre de recherche
- ex : pour un arbre doublant ses branches à chaque étape,  $T(n) = O(2^n)$
- ex : pour une recherche dichotomique,  $T(n) = O(\log_2(n))$

# Evolution du temps de recherche

On suppose 1 action =  $1\mu s = 10^{-6}s$ .

$T(n) n$	10	20	30	40	50	60
$n$	$10\mu s$	$20\mu s$	$30\mu s$	$40\mu s$	$50\mu s$	$60\mu s$
$\log n$	$2.3\mu s$	$3\mu s$	$3.4\mu s$	$3.7\mu s$	$3.9\mu s$	$4.1\mu s$
$\log_2 n$	$3.3\mu s$	$4.3\mu s$	$4.9\mu s$	$5.3\mu s$	$5.6\mu s$	$5.9\mu s$
$n \log n$	$23\mu s$	$60\mu s$	$102\mu s$	$147\mu s$	$195\mu s$	$245\mu s$
$n^2$	$100\mu s$	$400\mu s$	$900\mu s$	1.6 ms	2.5 ms	3.6 ms
$n^3$	1 ms	8 ms	27 ms	64 ms	125 ms	216 ms
$2^n$	1 ms	1 s	18 mn	13 jours	36 ans	366 siècles

Pour un algo de complexité  $2^n$ , comme celui résolvant les “Tours de Hanoi”, si le déplacement d’un disque coûte  $1\mu s$ , cela nécessite 13 jours pour déplacer la pile de 40 disques !

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par appariement des voisins
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Type de recherches

## Type de recherches

- Méthodes de recherche aveugles, sans utilisation de connaissances sur le problème :
  - recherche en largeur
  - recherche en profondeur
  - recherche en profondeur limitée
  - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche informées (heuristiques)

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables
    - nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,

● *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,

● *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  1. placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  2. Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  3. Choisir un nœud dans *nœuds libres*
  4. Générer les nœuds fils potentiels
  5. Mettre à jour *nœuds libres* et *nœuds clos*
  6. Répéter les étapes 2 à 5
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - ① placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  - ② Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  - ③ retirer le 1<sup>er</sup> nœud de *nœuds libres*
  - ④ le placer dans la liste *nœuds clos*
  - ⑤ générer ses descendants et ajouter aux *nœuds libres* ceux qui sont nouveaux (ni déjà présents en libres ou en clos)
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - 1 placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  - 2 Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  - 3 retirer le 1<sup>er</sup> nœud de *nœuds libres*
  - 4 le placer dans la liste *nœuds clos*
  - 5 générer ses descendants et ajouter aux *nœuds libres* ceux qui sont nouveaux (ni déjà présents en libres ou en clos)
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*



# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - ① placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  - ② Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  - ③ retirer le 1<sup>er</sup> nœud de *nœuds libres*
  - ④ le placer dans la liste *nœuds clos*
  - ⑤ générer ses descendants et ajouter aux *nœuds libres* ceux qui sont nouveaux (ni déjà présents en libres ou en clos)
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - ① placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  - ② Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  - ③ retirer le 1<sup>er</sup> nœud de *nœuds libres*
  - ④ le placer dans la liste *nœuds clos*
  - ⑤ générer ses descendants et ajouter aux *nœuds libres* ceux qui sont nouveaux (ni déjà présents en libres ou en clos)
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - ① placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  - ② Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  - ③ retirer le 1<sup>er</sup> nœud de *nœuds libres*
  - ④ le placer dans la liste *nœuds clos*
  - ⑤ générer ses descendants et ajouter aux *nœuds libres* ceux qui sont nouveaux (ni déjà présents en libres ou en clos)
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

## Principe de la résolution

- La trame générale de résolution repose sur
  - des *nœuds libres* : nœuds à partir desquels des actions sont réalisables  
nœuds dont on peut générer des nœuds fils potentiels
  - des *nœuds clos* : nœuds déjà visités et dont on ne peut plus générer de descendance
- Le principe est simple,
  - ① placer le nœud initial dans la liste des *nœuds libres*
  - ② Tant qu'il existe un nœud dans *nœuds libres* ou que le but n'est pas atteint
  - ③ retirer le 1<sup>er</sup> nœud de *nœuds libres*
  - ④ le placer dans la liste *nœuds clos*
  - ⑤ générer ses descendants et ajouter aux *nœuds libres* ceux qui sont nouveaux (ni déjà présents en libres ou en clos)
- *L'ajout se fait en fin de liste ou en début de liste selon la méthode choisie*

# Algorithme de résolution générique

```

procedure RECHERCHE
  noeudsLibres  $\leftarrow$  etatInitial
  noeudsClos  $\leftarrow$   $\emptyset$ 
  succes  $\leftarrow$  faux
  while noeudsLibres  $\neq$   $\emptyset$   $\wedge$  (non(succes)) do
    n  $\leftarrow$  PRENDREPREMIER(noeudsLibres)
    if ESTFINAL(n) then
      succes  $\leftarrow$  vrai
    else
      noeudsLibres  $\leftarrow$  noeudsLibres - {n}
      noeudsClos  $\leftarrow$  noeudsClos  $\cup$  {n}
      for all s  $\in$  n.successeurs do
        if s  $\notin$  noeudsLibres  $\vee$  s  $\notin$  noeudsClos then
          AJOUTERNOEUDLIBRE(noeudsLibres, s)
          s.pere  $\leftarrow$  n
        end if
      end for
    end if
  end while
  if succes then
    AFFICHERCHEMIN(n)
  end if
end procedure

```

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : Oui (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : Oui le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

- **Stratégie :**
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : **Oui** (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : **Oui** le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : **Oui** (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : **Oui** le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : **Oui** (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : **Oui** le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : **Oui** (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : **Oui** le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

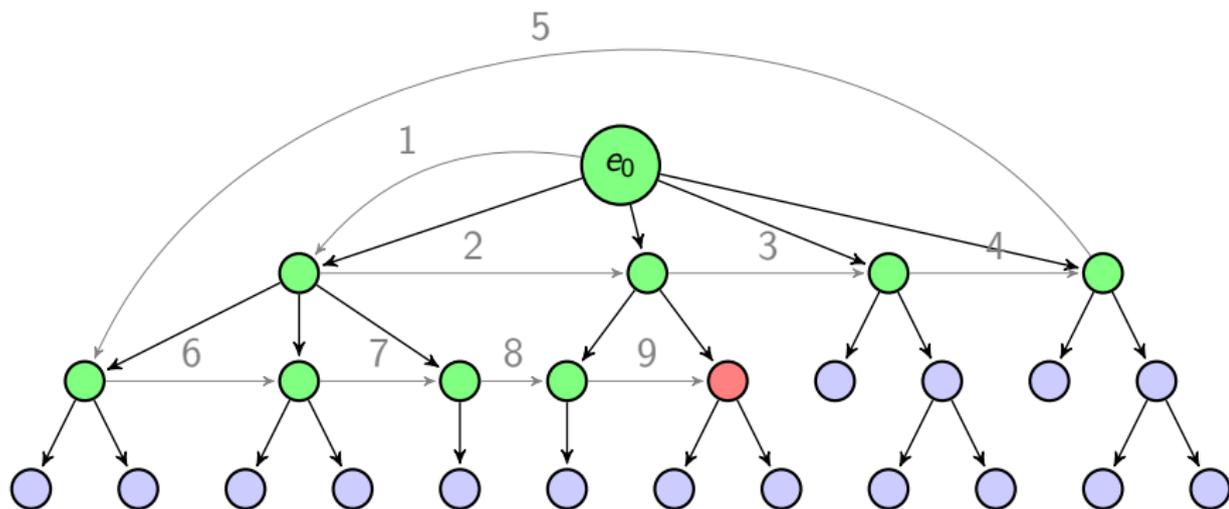
- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : **Oui** (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : **Oui** le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur

## Recherche en largeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en fin de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue niveau par niveau
- *Complétude* : **Oui** (si  $b$  (branchement) est fini)
- *Complexité* :  $1 + b + b \times b + \dots + b^d \rightarrow$  en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : **Oui** le chemin trouvé de l'état initial à l'état final est le plus court

# Recherche en largeur : Exemple d'arbre de recherche



# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (si espaces d'états finis et acycliques)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

- **Stratégie :**
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (si espaces d'états finis et acycliques)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (si espaces d'états finis et acycliques)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (si espaces d'états finis et acycliques)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (*si espaces d'états finis et acycliques*)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

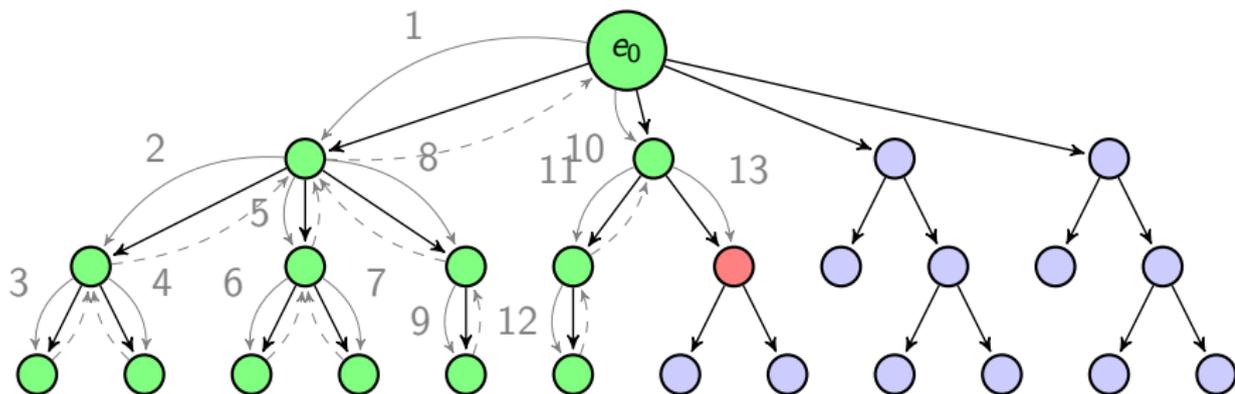
- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (*si espaces d'états finis et acycliques*)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur

## Recherche en profondeur

- Stratégie :
  - prendre un nœud, en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au bout de l'arbre
- *Complétude* : Oui (*si espaces d'états finis et acycliques*)
- *Complexité* : en  $O(b^m)$
- *Optimalité* : **non**

# Recherche en profondeur : Exemple d'arbre de recherche



# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- Stratégie :
  - prendre un nœud, si son niveau est  $\leq L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$ .
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- **Stratégie :**
  - prendre un nœud, si son niveau est  $< L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- Stratégie :
  - prendre un nœud, si son niveau est  $< L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- Stratégie :
  - prendre un nœud, si son niveau est  $< L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- Stratégie :
  - prendre un nœud, si son niveau est  $< L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- Stratégie :
  - prendre un nœud, si son niveau est  $< L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : non

# Recherche en profondeur limitée

## Recherche en profondeur limitée

- Stratégie :
  - prendre un nœud, si son niveau est  $< L$ , en générer les fils et les ajouter en tête de la liste des nœuds libres
  - ainsi le parcours de l'arbre s'effectue en profondeur jusqu'au niveau  $L$
- *Complétude* : Non (solution trouvée ssi  $L \leq d$ )
- *Complexité* : en  $O(b^L)$
- *Optimalité* : **non**

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- Complétude : Oui
- Complexité : en  $O(b^d)$
- Optimalité : oui (si  $L \leq d$ )

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- *Complétude* : **Oui**
- *Complexité* : en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : oui (si  $L \leq d$ )

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- *Complétude* : **Oui**
- *Complexité* : en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : oui (si  $L \leq d$ )

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- *Complétude* : **Oui**
- *Complexité* : en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : oui (si  $L \leq d$ )

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- *Complétude* : **Oui**
- *Complexité* : en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : oui (si  $L \leq d$ )

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- *Complétude* : **Oui**
- *Complexité* : en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : oui (si  $L \leq d$ )

# Recherche par approfondissement itératif

## Recherche par approfondissement itératif

- Stratégie :
  - recherche en profondeur limité en incrémentant  $L$  dès que la profondeur  $L$  est atteinte
  - combine donc recherche en largeur et recherche en profondeur
- *Complétude* : **Oui**
- *Complexité* : en  $O(b^d)$
- *Optimalité* : oui (si  $L \leq d$ )



# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.

# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.

→ Une heuristique de *évaluation* permet de prioriser les états à tester

# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.
  - Une heuristique dépend fortement du problème à traiter
  - Une heuristique *peu* basée sur des propriétés trop simples du problème sera peu efficace.

# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.
  - Une heuristique dépend fortement du problème à traiter
  - Une heuristique *pauvre* basée sur des propriétés trop simples du problème sera peu efficace,
  - Une heuristique *riche* basée sur des propriétés approfondies du problème sera efficace, mais est difficile à établir.

# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.
  - Une heuristique dépend fortement du problème à traiter
  - Une heuristique *pauvre* basée sur des propriétés trop simples du problème sera peu efficace,
  - Une heuristique *riche* basée sur des propriétés approfondies du problème sera efficace, mais est difficile à établir.

# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.
  - Une heuristique dépend fortement du problème à traiter
  - Une heuristique *pauvre* basée sur des propriétés trop simples du problème sera peu efficace,
  - Une heuristique *riche* basée sur des propriétés approfondies du problème sera efficace, mais est difficile à établir.

# Heuristiques

## Notion d'heuristiques

- Méthodes en aveugle trop gourmandes en mémoire et/ou en temps
- Une solution : orienter la recherche par une information heuristique
- Une *heuristique* doit guider le choix des états à tester et les ordonner selon leurs 'promesses de rapprocher d'un but'.
  - Une heuristique dépend fortement du problème à traiter
  - Une heuristique *pauvre* basée sur des propriétés trop simples du problème sera peu efficace,
  - Une heuristique *riche* basée sur des propriétés approfondies du problème sera efficace, mais est difficile à établir.

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le **meilleur gain**
- Il faut donc pouvoir *évaluer* les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :
  - Transformer un nb rationnel en somme de nb rationnels de la forme  $1/n$  (fractions unitaires, égyptiennes)
  - Maximiser le nb d'activités réalisables en un temps donné

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :
  - Transformer un nb rationnel en somme de nb rationnels de la forme  $1/n$  (fractions unitaires, égyptiennes)
  - Maximiser le nb d'activités réalisables en un temps donné
  - Rendre la monnaie en minimisant le nb de pièces/billets

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :
  - Transformer un nb rationnel en somme de nb rationnels de la forme  $1/n$  (fractions unitaires, égyptiennes)
  - Maximiser le nb d'activités réalisables en un temps donné
  - Rendre la monnaie en minimisant le nb de pièces/billets

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :
  - Transformer un nb rationnel en somme de nb rationnels de la forme  $1/n$  (fractions unitaires, égyptiennes)
  - Maximiser le nb d'activités réalisables en un temps donné
  - Rendre la monnaie en minimisant le nb de pièces/billets

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Avance par gourmandise

- A chaque nœud, on choisit le nœud suivant offrant le meilleur gain
- Il faut donc pouvoir évaluer les nœuds
- Algorithme optimal, *dans certains cas*
- Exemples classiques :
  - Transformer un nb rationnel en somme de nb rationnels de la forme  $1/n$  (fractions unitaires, égyptiennes)
  - Maximiser le nb d'activités réalisables en un temps donné
  - Rendre la monnaie en minimisant le nb de pièces/billets

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :

- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - meilleur choix = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$

$$\bullet \frac{1}{2} \leq \frac{14}{15}, \text{ on note } \frac{1}{2} \text{ et } n \leftarrow \left(\frac{14}{15} - \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{30}$$

$$\bullet \frac{1}{3} \leq \frac{13}{30}, \text{ on note } \frac{1}{3} \text{ et } n \leftarrow \left(\frac{13}{30} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10}$$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$ 
  - $\frac{1}{2} \leq \frac{14}{15}$ , on note  $\frac{1}{2}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{14}{15} - \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{30}$
  - $\frac{1}{3} \leq \frac{13}{30}$ , on note  $\frac{1}{3}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{13}{30} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10}$
  - La suite est évidente,  $\frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{10}$  sont testées
  - Au final, il est écrit que  $\frac{14}{15} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$ 
  - $\frac{1}{2} \leq \frac{14}{15}$ , on note  $\frac{1}{2}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{14}{15} - \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{30}$
  - $\frac{1}{3} \leq \frac{13}{30}$ , on note  $\frac{1}{3}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{13}{30} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10}$
  - La suite est évidente,  $\frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{10}$  sont testées
  - Au final, il est écrit que  $\frac{14}{15} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$ 
  - $\frac{1}{2} \leq \frac{14}{15}$ , on note  $\frac{1}{2}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{14}{15} - \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{30}$
  - $\frac{1}{3} \leq \frac{13}{30}$ , on note  $\frac{1}{3}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{13}{30} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10}$
  - La suite est évidente,  $\frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{10}$  sont testées
  - Au final, il est écrit que  $\frac{14}{15} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$ 
  - $\frac{1}{2} \leq \frac{14}{15}$ , on note  $\frac{1}{2}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{14}{15} - \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{30}$
  - $\frac{1}{3} \leq \frac{13}{30}$ , on note  $\frac{1}{3}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{13}{30} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10}$
  - La suite est évidente,  $\frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{10}$  sont testées
  - Au final, il est écrit que  $\frac{14}{15} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Fractions égyptiennes

- *Objectif* :  $n = \left(\frac{a}{b}\right) = \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right)$
- *Objectif transformé* :  $n - \sum_i \left(\frac{1}{d_i}\right) = 0$
- *Algorithme glouton* :
  - *meilleur choix* = plus grande fraction unitaire  $\leq n$
  - retirer de  $n$  cette fraction,
  - répéter jusqu'à  $n = 0$
- Exemple : transformer  $n = \left(\frac{14}{15}\right)$ 
  - $\frac{1}{2} \leq \frac{14}{15}$ , on note  $\frac{1}{2}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{14}{15} - \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{30}$
  - $\frac{1}{3} \leq \frac{13}{30}$ , on note  $\frac{1}{3}$  et  $n \leftarrow \left(\frac{13}{30} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{10}$
  - La suite est évidente,  $\frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{10}$  sont testées
  - Au final, il est écrit que  $\frac{14}{15} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right)$

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Maximiser le nb d'actes

- *Objectif* : A partir d'une liste d'actes de dates et de durées variables, maximiser le nb d'actes réalisables sans chevauchement
- *Algorithme glouton* :
  - Choisir les actes par date de départ
- Exemple : à partir de l'ensemble d'actes initial, 3 actes sont réalisables sans chevauchement



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Maximiser le nb d'actes

- *Objectif* : A partir d'une liste d'actes de dates et de durées variables, maximiser le nb d'actes réalisables sans chevauchement
- *Algorithme glouton* :
  - ✦ trier les actes par date de départ
  - ✦ meilleur choix  $\Rightarrow$  prendre le plus court réalisable au plus tôt
- Exemple : à partir de l'ensemble d'actes initial, 3 actes sont réalisables sans chevauchement



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Maximiser le nb d'actes

- *Objectif* : A partir d'une liste d'actes de dates et de durées variables, maximiser le nb d'actes réalisables sans chevauchement
- *Algorithme glouton* :
  - trier les actes par date de départ
  - *meilleur choix* = prendre le plus court réalisable au plus tôt
- Exemple : à partir de l'ensemble d'actes initial, 3 actes sont réalisables sans chevauchement



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Maximiser le nb d'actes

- *Objectif* : A partir d'une liste d'actes de dates et de durées variables, maximiser le nb d'actes réalisables sans chevauchement
- *Algorithme glouton* :
  - trier les actes par date de départ
  - *meilleur choix* = prendre le plus court réalisable au plus tôt
- Exemple : à partir de l'ensemble d'actes initial, 3 actes sont réalisables sans chevauchement



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Maximiser le nb d'actes

- *Objectif* : A partir d'une liste d'actes de dates et de durées variables, maximiser le nb d'actes réalisables sans chevauchement
- *Algorithme glouton* :
  - trier les actes par date de départ
  - *meilleur choix* = prendre le plus court réalisable au plus tôt
- Exemple : à partir de l'ensemble d'actes initial, 3 actes sont réalisables sans chevauchement



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Maximiser le nb d'actes

- *Objectif* : A partir d'une liste d'actes de dates et de durées variables, maximiser le nb d'actes réalisables sans chevauchement
- *Algorithme glouton* :
  - trier les actes par date de départ
  - *meilleur choix* = prendre le plus court réalisable au plus tôt
- Exemple : à partir de l'ensemble d'actes initial, 3 actes sont réalisables sans chevauchement



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - Choisir à chaque fois la pièce/billet le plus grande
- Exemple :
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
  - *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
    - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
  - Exemple :
- 100 = 100 × 1 €
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
  - Exemple :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
  - *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
  - Exemple :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :
  - si  $p_i \in \{4, 3, 1\}$  et  $s = 6$ ,
  - l'algo donne  $6 = 1 \times (4) + 2 \times (1)$  donc 3 pièces

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :
  - si  $p_i \in \{4, 3, 1\}$  et  $s = 6$ ,
  - l'algo donne  $6 = 1 \times (4) + 2 \times (1)$  donc 3 pièces
  - mais l'optimal est  $6 = 2 \times (3)$  donc 2 pièces

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :
  - si  $p_i \in \{4, 3, 1\}$  et  $s = 6$ ,
  - l'algo donne  $6 = 1 \times (4) + 2 \times (1)$  donc 3 pièces
  - mais l'optimal est  $6 = 2 \times (3)$  donc 2 pièces

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :
  - si  $p_i \in \{4, 3, 1\}$  et  $s = 6$ ,
  - l'algo donne  $6 = 1 \times (4) + 2 \times (1)$  donc 3 pièces
  - mais l'optimal est  $6 = 2 \times (3)$  donc 2 pièces

# Algorithme glouton (*greedy*)

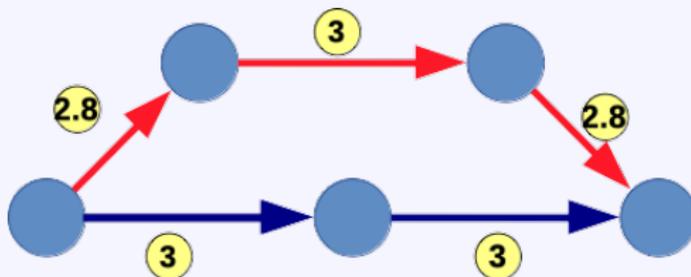
## Non optimal avec le rendu de monnaie

- *Objectif* : donner le minimum de pièces/billets correspondant à une somme  $s = \sum_i p_i, p_i \in \{10, 5, 2, 1\}$
- *Algorithme glouton* :  $s - \sum_i p_i = 0$ 
  - retirer de  $s$  les pièces les plus élevées
- Exemple :
  - $36 = 3 \times (10) + 1 \times (5) + 1 \times (1)$ , optimal de 5 pièces atteint
- *MAIS algo non optimal selon les pièces/billets possibles*
- Exemple :
  - si  $p_i \in \{4, 3, 1\}$  et  $s = 6$ ,
  - l'algo donne  $6 = 1 \times (4) + 2 \times (1)$  donc 3 pièces
  - mais l'optimal est  $6 = 2 \times (3)$  donc **2 pièces**

# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec les graphes

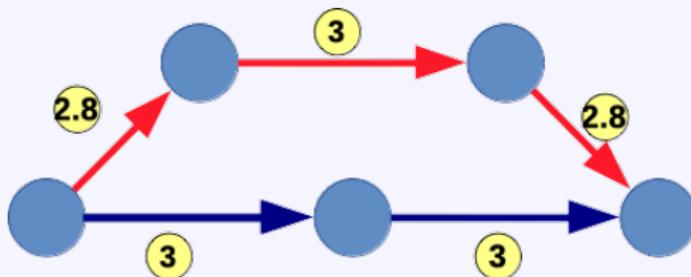
- *Objectif* : trouver le chemin le plus court
- *Algorithme glouton* : à partir d'un point donné, prendre l'arc le plus court



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec les graphes

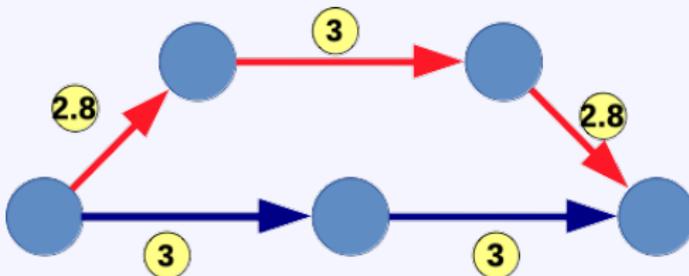
- *Objectif* : trouver le chemin le plus court
- *Algorithme glouton* : à partir d'un point donné, prendre l'arc le plus court
  - La figure montre un exemple simple la non optimalité de l'algorithme glouton pour ce cas
  - le plus court chemin a une longueur de 6 unités



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec les graphes

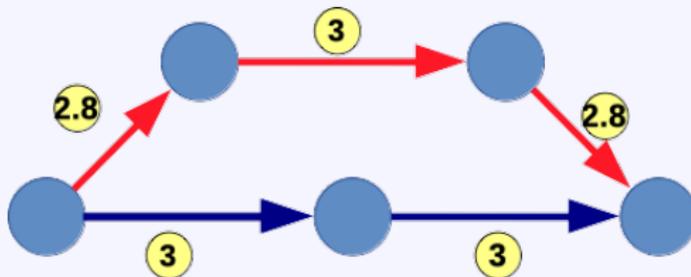
- *Objectif* : trouver le chemin le plus court
- *Algorithme glouton* : à partir d'un point donné, prendre l'arc le plus court
  - La figure montre un exemple simple la non optimalité de l'algorithme gloutin pour ce cas
  - le plus court chemin a une longueur de 6 unités
  - l'algo gloutin trouve une longueur de 8.6 unités !



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec les graphes

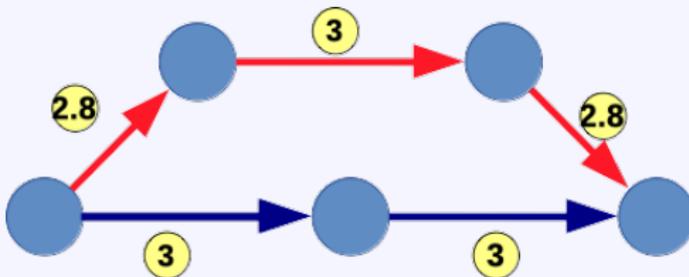
- *Objectif* : trouver le chemin le plus court
- *Algorithme glouton* : à partir d'un point donné, prendre l'arc le plus court
  - La figure montre un exemple simple la non optimalité de l'algorithme gloutin pour ce cas
  - le plus court chemin a une longueur de 6 unités
  - l'algo gloutin trouve une longueur de 8.6 unités !



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec les graphes

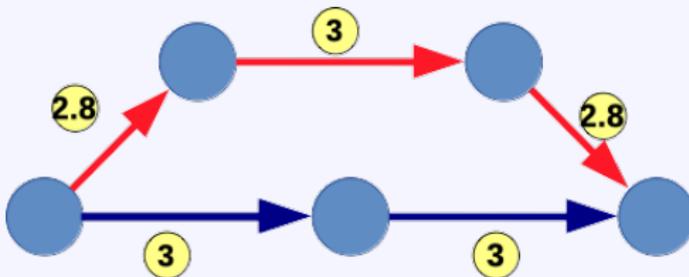
- *Objectif* : trouver le chemin le plus court
- *Algorithme glouton* : à partir d'un point donné, prendre l'arc le plus court
  - La figure montre un exemple simple la non optimalité de l'algorithme glouton pour ce cas
  - le plus court chemin a une longueur de 6 unités
  - l'algo glouton trouve une longueur de 8.6 unités !



# Algorithme glouton (*greedy*)

## Non optimal avec les graphes

- *Objectif* : trouver le chemin le plus court
- *Algorithme glouton* : à partir d'un point donné, prendre l'arc le plus court
  - La figure montre un exemple simple la non optimalité de l'algorithme glouton pour ce cas
  - le plus court chemin a une longueur de 6 unités
  - l'algo glouton trouve une longueur de 8.6 unités !



# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une heuristique  $h(n)$  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une heuristique  $h(n)$  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une heuristique  $h(n)$  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une heuristique  $h(n)$  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une **heuristique  $h(n)$**  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une **heuristique**  $h(n)$  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

# Recherche Heuristique par A\*

## Définitions pour la recherche par heuristique

Soit  $n$  un nœud du graphe

- $g^*(n)$  est le coût minimum entre le nœud de départ  $n_0$  et le nœud  $n$
- $h^*(n)$  est le coût minimal des chemins du nœud  $n$  à un nœud solution  $n_s$ .
- $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$  est le coût du chemin solution optimal de  $n_0$  à  $n_s$  passant par  $n$ .

Il est donc nécessaire de définir :

- une **heuristique**  $h(n)$  qui *estime*  $h^*(n)$
- $g(n)$  le coût effectif du meilleur chemin connu pour aller de  $n_0$  à  $n$
- pour poser  $f(n) = g(n) + h(n)$ , la fonction d'évaluation du nœud  $n$

## Exemple d'algorithme A\* I

```

procedure RECHERCHEA*
  noeudsLibres  $\leftarrow$  etatInitial
  noeudsClos  $\leftarrow$   $\emptyset$ 
  succes  $\leftarrow$  faux
  while noeudsLibres  $\neq$   $\emptyset$   $\wedge$  (non(succes)) do
     $\triangleright$  Choisir n dans les noeudsLibres tel que f(n) est minimum
    n  $\leftarrow$  CHOISIRNŒUDHEURISTIQUE(noeudsLibres)
    if ESTFINAL(n) then
      succes  $\leftarrow$  vrai
    else
      noeudsLibres  $\leftarrow$  noeudsLibres - {n}
      noeudsClos  $\leftarrow$  noeudsClos  $\cup$  {n}
      for all s  $\in$  n.successeurs do
        if s  $\notin$  noeudsLibres  $\vee$  s  $\notin$  noeudsClos then
          noeudsLibres  $\leftarrow$  noeudsLibres  $\cup$  {s}
          s.pere  $\leftarrow$  n
          g(s)  $\leftarrow$  g(n) + cout(n, s)
      else

```

# Exemple d'algorithme A\* II

```
if  $g(s) \geq g(n) + \text{cout}(n, s)$  then
   $s.pere \leftarrow n$ 
   $g(s) \leftarrow g(n) + \text{cout}(n, s)$ 
  if  $s \in \text{noeudsClos}$  then
     $\text{noeudsLibres} \leftarrow \text{noeudsLibres} \cup \{s\}$ 
     $\text{noeudsClos} \leftarrow \text{noeudsClos} - \{s\}$ 
  end if
end if
end if
end for
end while
end procedure
```

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :

- si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n) = g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
- si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur.

## Propriétés

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n)=g(n)$  ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur ;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n)=g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n) = g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

- $h$  est dite *minorante* si  $\forall n, h(n) \leq h^*(n)$
- $h$  est dite *monotone* si  $\forall n, \forall s \in \text{successeur}(n), h(n) \leq \text{cout}(n, s) + h(s)$

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n) = g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

- h est dite *minorante* si  $\forall n, h(n) \leq h^*(n)$
- h est dite *monotone* si  
 $\forall n, \forall s \in \text{successeur}(n), h(n) - h(s) \leq \text{cout}(n, s)$
- si h est *minorante*, alors  $A^*$  est *admissible*
- si h est *monotone* alors la première rencontre d'un nœud fournit le meilleur chemin pour y arriver (on est dispensé des mises à jour dans l'algorithme).

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n) = g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

- $h$  est dite *minorante* si  $\forall n, h(n) \leq h^*(n)$
- $h$  est dite *monotone* si  
 $\forall n, \forall s \in \text{successeur}(n), h(n) - h(s) \leq \text{cout}(n, s)$
- si  $h$  est *minorante*, alors  $A^*$  est *admissible*
- si  $h$  est *monotone* alors la première rencontre d'un nœud fournit le meilleur chemin pour y arriver (on est dispensé des mises à jour dans l'algorithme).

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n) = g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

- h est dite *minorante* si  $\forall n, h(n) \leq h^*(n)$
- h est dite *monotone* si  $\forall n, \forall s \in \text{successeur}(n), h(n) - h(s) \leq \text{cout}(n, s)$
- si h est *minorante*, alors  $A^*$  est *admissible*
- si h est *monotone* alors la première rencontre d'un nœud fournit le meilleur chemin pour y arriver (on est dispensé des mises à jour dans l'algorithme).

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n)=g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

## Propriétés

- $h$  est dite *minorante* si  $\forall n, h(n) \leq h^*(n)$
- $h$  est dite *monotone* si  $\forall n, \forall s \in \text{successeur}(n), h(n) - h(s) \leq \text{cout}(n, s)$
- si  $h$  est *minorante*, alors  $A^*$  est *admissible*
- si  $h$  est *monotone* alors la première rencontre d'un nœud fournit le meilleur chemin pour y arriver (on est dispensé des mises à jour dans l'algorithme).

# Propriétés de la recherche par heuristique

## Particularités

- Cas particuliers :
  - si  $\forall n, h(n) = 0$ , alors  $f(n) = g(n)$ ; l'algorithme est équivalent à une recherche en largeur;
  - si  $\forall n, f(n) = h(n)$ , l'algorithme est équivalent à une recherche en profondeur

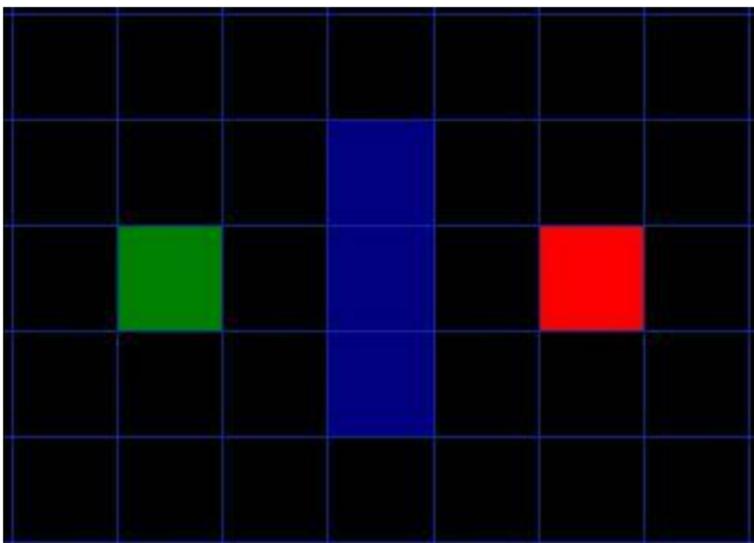
## Propriétés

- h est dite *minorante* si  $\forall n, h(n) \leq h^*(n)$
- h est dite *monotone* si  $\forall n, \forall s \in \text{successeur}(n), h(n) - h(s) \leq \text{cout}(n, s)$
- si h est *minorante*, alors  $A^*$  est *admissible*
- si h est *monotone* alors la première rencontre d'un nœud fournit le meilleur chemin pour y arriver (on est dispensé des mises à jour dans l'algorithme).

# Recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

But : Se rendre de la case verte à la case rouge en évitant les case bleues



# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en c(1,2)
- Etat but/final = cellule rouge B en c(5,2)
- Branchement = 8 :chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en  $c(1,2)$
- Etat but/final = cellule rouge B en  $c(5,2)$
- Branchement = 8 :chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en  $c(1,2)$
- Etat but/final = cellule rouge B en  $c(5,2)$
- Branchement = 8 :chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en  $c(1,2)$
- Etat but/final = cellule rouge B en  $c(5,2)$
- Branchement = 8 : chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en  $c(1,2)$
- Etat but/final = cellule rouge B en  $c(5,2)$
- Branchement = 8 :chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en  $c(1,2)$
- Etat but/final = cellule rouge B en  $c(5,2)$
- Branchement = 8 :chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Initialisation de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Analyse du problème

- Définir l'espace d'états
  - Décomposition de la zone en grille, l'espace est constitué des cellules
- Etat initial = cellule verte A en  $c(1,2)$
- Etat but/final = cellule rouge B en  $c(5,2)$
- Branchement = 8 : chaque cellule est liée à ses 8 cellules voisines
- Action = se déplacer d'une case (H, B, D, G, HG, HD, BD, BG) si possible

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour
  - $g(C)$  : coût du trajet entre cases adjacentes = 10 ; en diagonale = 14 ( $\text{int}(10 \times \sqrt{2})$ )
  - $h(C) = |x_c - x_a| + |y_c - y_a|$

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour
  - $g(C)$  : coût du trajet entre cases adjacentes = 10 ; en diagonale = 14 ( $int(10 \times \sqrt{2})$ )
  - $h(C)$  :  $|x_C - x_B| + |y_C - y_B|$

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour
  - $g(C)$  : coût du trajet entre cases adjacentes = 10 ; en diagonale = 14 ( $\text{int}(10 \times \sqrt{2})$ )
  - $h(C) : |x_C - x_B| + |y_C - y_B|$

# Coût et Heuristiques de la recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Définir les coûts et heuristiques

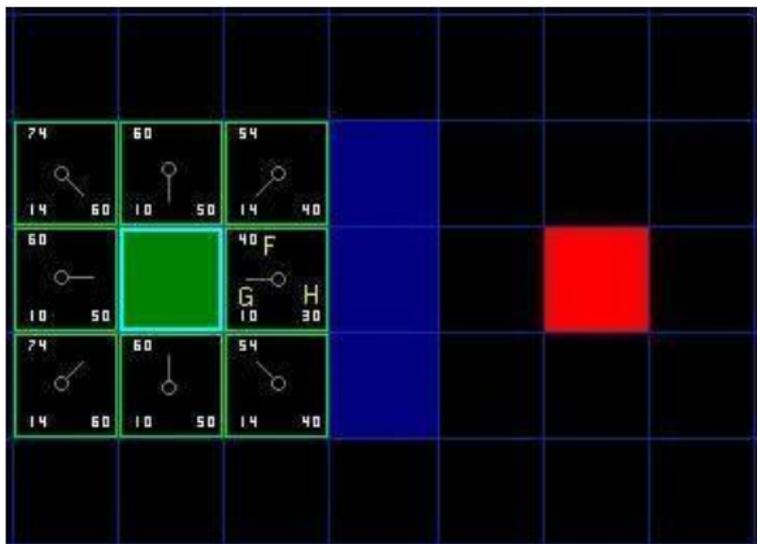
- Définir  $f = g + h$ 
  - $g(C)$  : détermine le coût du trajet de A vers C en suivant le chemin généré
  - $h(C)$  : coût estimé du mouvement de C vers le but B
- Choix effectué pour
  - $g(C)$  : coût du trajet entre cases adjacentes = 10 ; en diagonale = 14 ( $int(10 \times \sqrt{2})$ )
  - $h(C)$  :  $|x_C - x_B| + |y_C - y_B|$

# Recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

Valeurs de  $f, g, h$  autour de A

valeur de  $f$  dans le coin gauche-haut, valeur de  $g$  dans le coin gauche-bas et valeur de  $h$  dans le coin bas-droite



# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - On se souvient des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud (ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud (ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud (ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes.
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes
  - on teste alors si l'accès par la nouvelle case est plus intéressant que l'accès déjà calculé à partir de  $A$
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes
  - on teste alors si l'accès par la nouvelle case est plus intéressant que l'accès déjà calculé à partir de  $A$
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de A
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de A ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes
  - on teste alors si l'accès par la nouvelle case est plus intéressant que l'accès déjà calculé à partir de A
    - ex. la case au Sud possède déjà  $g(S) = 14$  (coût de A vers celle-ci), en passant par  $D$  on a  $g(D) + \text{cout}(D, S) = 20$  : plus coûteux donc n'est pas retenu
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de A
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de A ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes
  - on teste alors si l'accès par la nouvelle case est plus intéressant que l'accès déjà calculé à partir de A
    - ex. la case au Sud possède déjà  $g(S) = 14$  (coût de A vers celle-ci), en passant par  $D$  on a  $g(D) + \text{cout}(D, S) = 20$  : plus coûteux donc n'est pas retenu
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

- Les nœuds libres sont les cases voisines de A
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de A ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes
  - on teste alors si l'accès par la nouvelle case est plus intéressant que l'accès déjà calculé à partir de A
    - ex. la case au Sud possède déjà  $g(S) = 14$  (coût de A vers celle-ci), en passant par  $D$  on a  $g(D) + \text{cout}(D, S) = 20$  : plus coûteux donc n'est pas retenu
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Déroulement de l'algorithme A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

## Déroulement de l'algorithme A\*

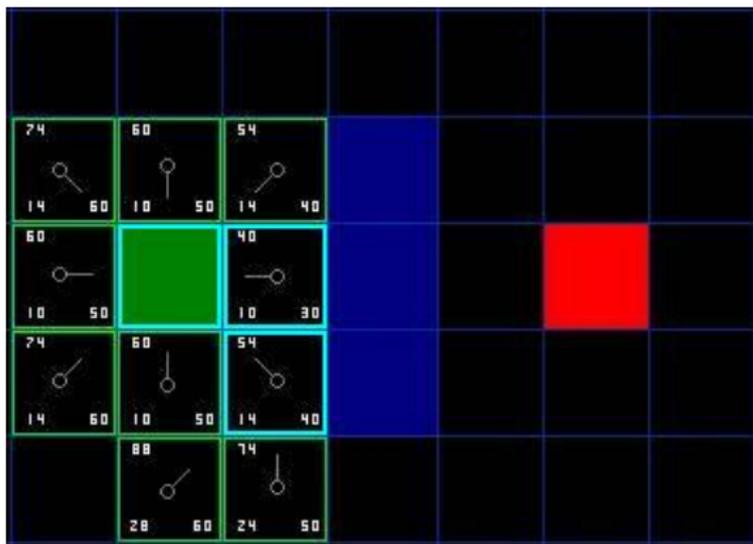
- Les nœuds libres sont les cases voisines de  $A$
- Choix du meilleur nœud,  $D$ , à droite de  $A$  ( $f = 40$ , avec  $g = 10$  et  $h = 30$ )
  - on la retire des nœuds libres et la place dans les nœuds clos
- Analyse des cases voisines à la case retenue  $D$ 
  - seules 5 cases accessibles ( par Haut, Bas, HautGauche, BasGauche, Gauche);
  - ces cases sont déjà dans la liste des cases libres ou closes
  - on teste alors si l'accès par la nouvelle case est plus intéressant que l'accès déjà calculé à partir de  $A$ 
    - ex. la case au Sud possède déjà  $g(S) = 14$  (coût de  $A$  vers celle-ci), en passant par  $D$  on a  $g(D) + \text{cout}(D, S) = 20$  : plus coûteux donc n'est pas retenu
- Aucune voisine à  $D$  ne convient, choix alors d'un autre meilleur nœud ( ici un des nœuds avec  $f = 54$ )

# Recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

Sélection du second nœud intéressant

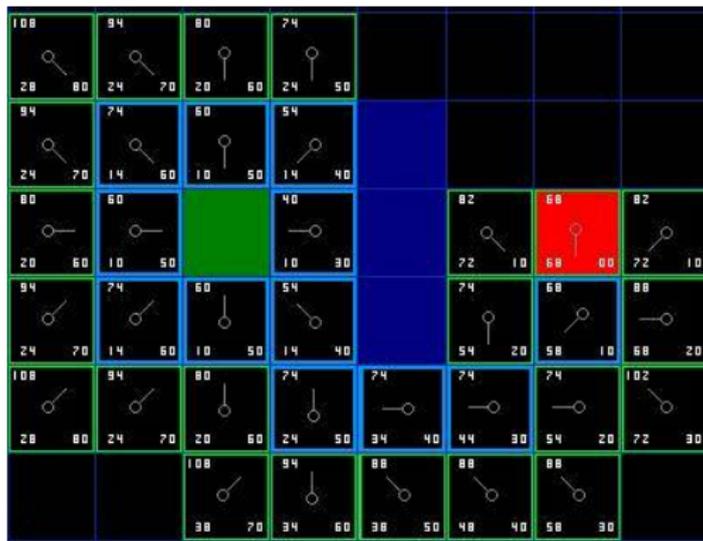
Seuls 2 nœuds libres ajoutés (la diagonale bas-droite est impossible à cause du mur)



# Recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

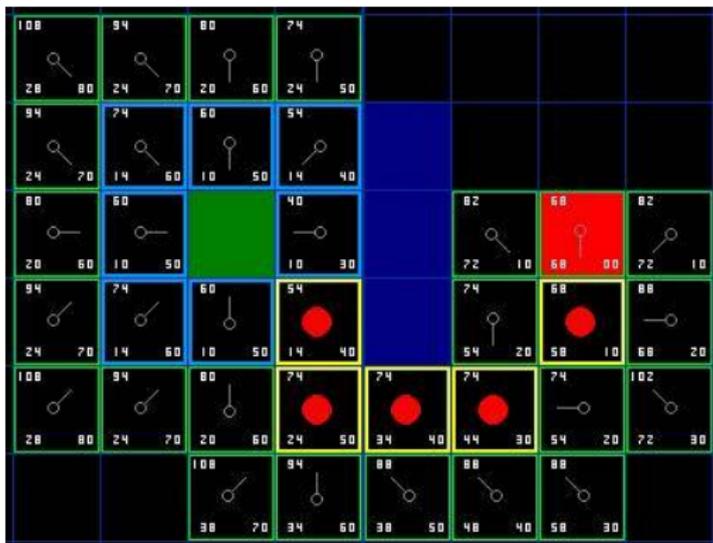
Répétition de l'algorithme jusqu'au but



# Recherche du plus court chemin par A\*

d'après "A\* Pathfinding for Beginners" (Patrick Lester)

Etablissement de la solution à partir de l'arrivée par suivi du nœud père



# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de Manhattan
- Résolution des N-Reines :

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
    - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :
  - 1 état = placement des N reines,
  - action = échanger deux reines en conflit

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :
  - 1 état = placement des N reines,
  - action = échanger deux reines en conflit
  - heuristique = nb de conflits

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :
  - 1 état = placement des N reines,
  - action = échanger deux reines en conflit
  - heuristique = nb de conflits

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :
  - 1 état = placement des N reines,
  - action = échanger deux reines en conflit
  - heuristique = nb de conflits

# Autres exemples avec A\*

## Application de A\*

- Résolution du Taquin (N-Puzzle) :
  - 1 état = grille de cases,
  - action = déplacer la case vide,
  - heuristique = distance de manhatan des cases mal placées
- Résolution des N-Reines :
  - 1 état = placement des N reines,
  - action = échanger deux reines en conflit
  - heuristique = nb de conflits

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint

● on cherche de la solution pour améliorer la solution actuelle

● on accepte une solution qui est pire que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est meilleure que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

● on accepte une solution qui est la même que la solution actuelle

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
  - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique,
    - recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
    - mise en mémoire par une structure tabou de la dernière valeur (pour ne pas être pour éviter la récurrence)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
  - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique,
  - recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
    - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique,
    - recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
  - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique, recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
  - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique,
  - recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
  - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique,
    - recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

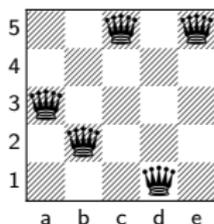
- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
    - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique,
    - recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

# Recherche Locale

## Concept de Recherche Locale, ou Tabou

- Cet algorithme se base sur une proposition de solution imparfaite
- Tant que le but n'est pas atteint
  - recherche de la variable permettant de corriger le plus l'erreur
  - recherche d'une meilleure valeur ( $\neq$  de la précédente) pour cette variable
  - si pas de meilleure valeur et pas d'autre variable aussi problématique, recherche de la moins pire des autres valeurs possibles
  - évite de retomber sur une situation rencontrée et *non oubliée* (perte de nœud clos pour libérer la mémoire)
- non complet, possibilité de minima local (correction possible par mémorisation)
- non optimal
- très rapide pour large problème ( $\approx 5s$  pour 1000 reines)

## Recherche Locale, exemple sur n-reines



Placement de 5 reines au hasard

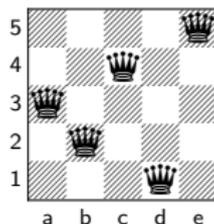
Comptage des contraintes non respectées :

$$Q_a = 2; Q_b = 2; Q_c = 2; Q_d = 0; Q_e = 2;$$

Meilleurs gains possibles aux autres positions pour  $Q_a, Q_b, Q_c, Q_e$  :

$$Q_a = 1; Q_b = 0; Q_c = 2; Q_e = 1;$$

$Q_c$  prend une meilleure valeur



# Recherche Locale, exemple sur n-reines

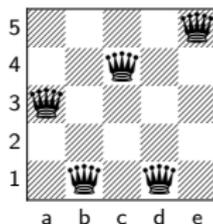
Comptage des contraintes non respectées :

$$Q_a = 1; Q_b = 2; Q_c = 0; Q_d = 0; Q_e = 1;$$

Meilleurs gains possibles aux autres positions pour  $Q_a, Q_b, Q_e$  :

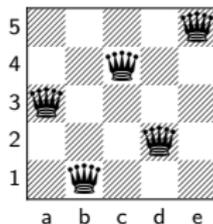
$$Q_a = 0; Q_b = 1; Q_e = 0;$$

seule b peut s'ôter 1 pb, elle se déplace



Comptage des contraintes non respectées :  $Q_b = 1; Q_d = 1;$

Meilleurs gains possibles :  $Q_b = 0, Q_d = 1$  :  $Q_d$  est choisie



FIN !

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+N$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres
  - nb.  $\in$  values =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$
- il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$
- il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels =  $88\,473\,600$   
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$ 
    - chaque nombre généré par une action est ajouté à  $L$
    - chaque nombre utilisé par une action est retiré de  $L$
    - on peut aussi pondérer les actions (multiplication)
  - il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$ 
    - chaque nombre généré par une action est ajouté à  $L$
    - chaque nombre utilisé par une action est retiré de  $L$
    - une action peut être utilisée plusieurs fois
  - il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$ 
    - chaque nombre généré par une action est ajouté à  $L$
    - chaque nombre utilisé par une action est retiré de  $L$
    - une action peut être utilisée plusieurs fois
  - il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$ 
    - chaque nombre généré par une action est ajouté à  $L$
    - chaque nombre utilisé par une action est retiré de  $L$
    - une action peut être utilisée plusieurs fois
  - il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$ 
    - chaque nombre généré par une action est ajouté à  $L$
    - chaque nombre utilisé par une action est retiré de  $L$
    - une action peut être utilisée plusieurs fois
  - il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Concept de Recherche Aléatoire

- Pour certains problèmes, l'heuristique est inconnue ou trop complexe
- L'espace d'états est trop important pour balayer le tout
- La stratégie consiste alors à tenter des solutions au hasard
- Exemple : Le compte est bon
  - l'espace d'état est :  $+\mathbb{N}$
  - à partir d'une liste  $L$  de 6 nombres  
 $nb_i \in values = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
  - du choix de deux nombres  $(a, b) \in L^2$   
 et de 4 actions :  $action \in \{a + b, a - b, a \times b, a \div b\}$ 
    - chaque nombre généré par une action est ajouté à  $L$
    - chaque nombre utilisé par une action est retiré de  $L$
    - une action peut être utilisée plusieurs fois
  - il s'agit d'obtenir ou de se rapprocher au mieux d'un nombre de 3 chiffres  
 (nb états potentiels = 88 473 600  
 $= 6 \times 4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 4 \times 1$ )

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
    - $25 \times 6 = 150; 75 - 1 = 74; 2 + 7 = 9; 74 + 150 = 224; 9 \times 224 = 2016$
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
    - $25 \times 6 = 150; 75 - 1 = 74; 2 + 7 = 9; 74 + 150 = 224; 9 \times 224 = 2016$
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
    - $25 \times 6 = 150; 75 - 1 = 74; 2 + 7 = 9; 74 + 150 = 224; 9 \times 224 = 2016$
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 7 = 14; 24 \times 14 = 336; 6 \times 336 = 2016$

# Recherche Aléatoire

## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
    - $25 \times 6 = 150; 75 - 1 = 74; 2 + 7 = 9; 74 + 150 = 224; 9 \times 224 = 2016$
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 7 = 14; 24 \times 14 = 336; 6 \times 336 = 2016$

# Recherche Aléatoire

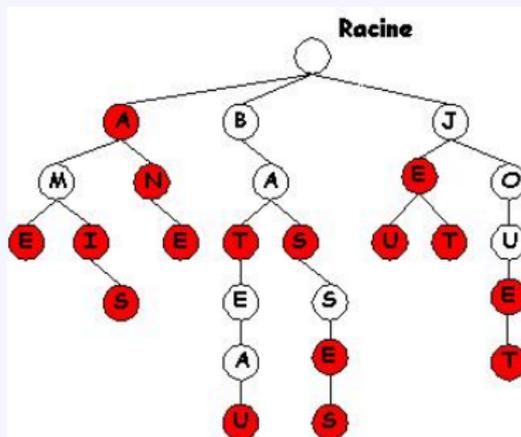
## Exemple de résolution de compte

- Etat initial : [1, 2, 6, 7, 25, 75]
- Etat Final : 2016
  - Exécution n°1 : but atteint après 718 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 6 = 12; 12 \times 7 = 84; 84 \times 24 = 2016$
  - Exécution n°2 : but atteint après 5508 tests
    - $2 + 7 = 9; 75 + 9 = 84; 25 - 1 = 24; 24 \times 84 = 2016$
  - Exécution n°3 : but atteint après 730 tests
    - $25 \times 6 = 150; 75 - 1 = 74; 2 + 7 = 9; 74 + 150 = 224; 9 \times 224 = 2016$
  - Exécution n°4 : but atteint après 574 tests
    - $25 - 1 = 24; 2 \times 7 = 14; 24 \times 14 = 336; 6 \times 336 = 2016$

# Recherche Exhaustive

## Concept de Recherche Exhaustive

- Pour certains problèmes, l'espace d'états est important, mais il est nécessaire de balayer l'ensemble des combinaisons
- Exemple : Le Scrabble

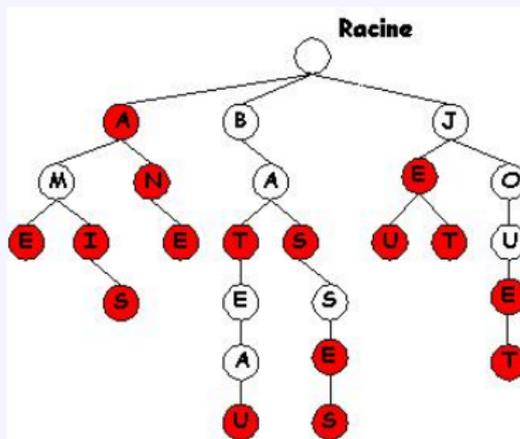


# Recherche Exhaustive

## Concept de Recherche Exhaustive

- Pour certains problèmes, l'espace d'états est important, mais il est nécessaire de balayer l'ensemble des combinaisons
- Exemple : Le Scrabble

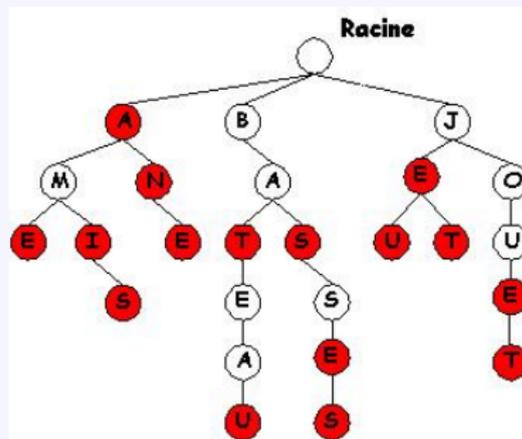
• Pour le scrabble, utilisation d'un arbre lexicographique généralisé (cf. <http://lwh.free.fr/pages/algo/minimax/scrabble.htm>)



# Recherche Exhaustive

## Concept de Recherche Exhaustive

- Pour certains problèmes, l'espace d'états est important, mais il est nécessaire de balayer l'ensemble des combinaisons
- Exemple : Le Scrabble
  - Pour le scrabble, utilisation d'un arbre lexicographique généralisé (cf. <http://lwh.free.fr/pages/algo/minmax/scrabble.htm>)



# Recherche Exhaustive

## Concept de Recherche Exhaustive

- Pour certains problèmes, l'espace d'états est important, mais il est nécessaire de balayer l'ensemble des combinaisons
- Exemple : Le Scrabble
  - Pour le scrabble, utilisation d'un arbre lexicographique généralisé (cf. <http://lwh.free.fr/pages/algo/minmax/scrabble.htm>)

